

Bài 1: (1,5 điểm)

Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = -3x + 2$

- Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính

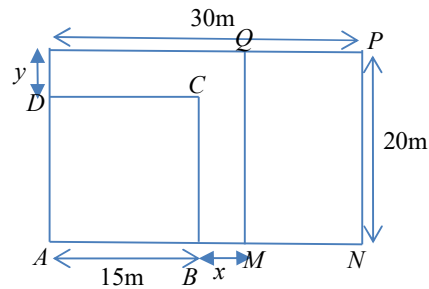
Bài 2: (1 điểm)

Cho phương trình: $3x^2 - 4x - 2 = 0$ có 2 nghiệm là $x_1; x_2$

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức : $A = x_1x_2^2 + x_2(x_1^2 + 2) + 2x_1$.

Bài 3. (0,75 điểm)

Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài là 30m và chiều rộng là 20m. Bác Năm làm một lối đi cho khu vườn như hình vẽ.



- Hãy viết biểu thức (thu gọn) theo x và y biểu thị diện tích phần còn lại của khu vườn.
- Tính diện tích phần còn lại của khu vườn khi $x=2.4m$ và $y=1.8m$.

Bài 4: (0,75 điểm)

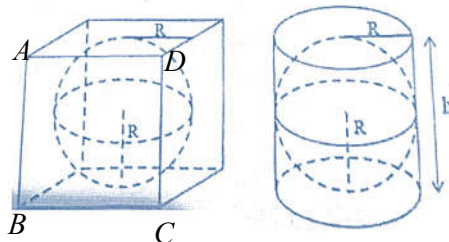
Một cửa hàng xe máy điện cung cấp gói thuê pin theo tháng cho khách hàng dưới hai hình thức sau:

- Gói linh hoạt: mức giá là 189000 đồng/tháng, cho phép xe di chuyển tối đa 400km. Nếu vượt số km này, người dùng phải trả thêm 374 đồng cho mỗi km vượt.
- Gói cố định: mức giá là 350000 đồng/tháng, không giới hạn số km di chuyển.

Trung bình mỗi tháng anh Tâm di chuyển 800km bằng xe điện. Hỏi anh Tâm nên thuê pin theo hình thức nào thì tiết kiệm hơn? Và tiết kiệm được bao nhiêu tiền mỗi tháng?

Bài 5: (1 điểm)

Anh Huy
kể một mô



là một nghệ nhân và anh đang thiết
hình trái đất dạng hình cầu có thể

tích 4.2 dm^3 .

- Tìm bán kính của mô hình Trái đất mà anh Huy thiết kế (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- Anh Huy dự định làm một cái hộp bằng giấy (bao gồm cả nắp hộp) để đựng mô hình trái đất (như hình vẽ trên). Anh đang phân vân nên làm hình hộp hình lập phương hay hình hộp hình trụ thì tốn ít giấy hơn. Hãy cho biết anh Huy nên chọn phương án nào? Biết các mặt hộp đều tiếp xúc với mô hình trái đất và lượng giấy phát sinh không đánh kể.

Cho biết công thức thể tích của khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ với R là bán kính khối cầu.

Diện tích toàn phần hình trụ là $S = 2\pi Rh + 2\pi R^2$ với R là bán kính hình trụ và h là chiều cao hình trụ.

Bài 6: (1,0 điểm) Lúc 7 giờ sáng một xe máy xuất phát từ Thành phố Hồ Chí Minh đi về hướng Biên Hòa với tốc độ trung bình 40 km/giờ. Sau đó 15 phút, một ô tô xuất phát từ Biên Hòa đi về hướng Thành phố Hồ Chí Minh với tốc độ trung bình 60 km/giờ. Biết rằng Thành phố Hồ Chí Minh cách Biên Hòa 40 km.

Gọi $f(t) = at + b, (t \geq 0)$ là hàm số biểu diễn khoảng cách của xe máy so với Thành phố Hồ Chí Minh sau khi đi được t giờ kể từ lúc 7 giờ 15 phút.

Gọi $g(t) = ct + d \left(0 \leq t \leq \frac{2}{3} \right)$ là hàm số biểu diễn khoảng cách của ô tô so với Thành phố

Hồ Chí Minh sau khi đi được t giờ kể từ lúc 7 giờ 15 phút.

- Tìm các hệ số a, b, c, d .
- Hỏi hai xe gặp nhau lúc mấy giờ và nơi gặp nhau cách Thành phố Hồ Chí Minh bao nhiêu kí-lô-mét?

Bài 7: (1,0 điểm)

Hai thùng chứa nước hình trụ đều được gắn một vòi chảy ở đáy thùng. Ban đầu chiều cao mực nước ở thùng thứ nhất hơn thùng thứ hai là 0,2m, để vệ sinh hai thùng này bạn Hân cần mở vòi cho nước chảy hết ra ngoài. Bạn Hân bắt đầu mở vòi cho thùng thứ nhất chảy từ 8 giờ sáng và sau đó 3 phút bắt đầu mở vòi cho thùng thứ hai chảy. Khi quan sát quá trình chảy của hai thùng, Hân thấy rằng:

- Tại thời điểm 8 giờ 04 phút thì chiều cao mực nước hai thùng bằng nhau.
- Tại thời điểm 8 giờ 08 phút thì thùng thứ hai vừa chảy hết nước và chiều cao mực nước còn lại của thùng thứ nhất là 0,4m.

Tìm chiều cao mực nước ban đầu ở mỗi thùng. Biết rằng tốc độ chảy ở mỗi vòi là không đổi.

Bài 8. (3,0 điểm)

Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O, R) , kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm), AO cắt BC tại K .

- Chứng minh $ABOC$ là tứ giác nội tiếp và AO là đường trung trực của đoạn thẳng BC .

b) Gọi P là điểm bất kì thuộc (O) sao cho tia BO nằm giữa hai tia BP và BC , H là chân đường vuông góc kẻ từ B xuống PC , M là trung điểm BH và PM cắt (O) tại Q (khác P). Chứng minh $\widehat{QMK} = \widehat{QCA}$.

c) Chứng minh $\widehat{AQC} = 90^\circ$ và $AC = 2R \tan \widehat{EPQ}$.

HẾT

BÀI GIẢI GỢI Ý

Bài 1. (1,5 điểm)

a) Thí sinh tự vẽ.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là $-x^2 = -3x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hay $x = 2$.

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(1, -1), (2, -4)$.

Bài 2. (1 điểm)

Ta có

$$A = x_1 x_2^2 + x_2 (x_1^2 + 2) + 2x_1 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) + 2(x_1 + x_2) = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) + 2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{16}{9}.$$

Bài 3. (0,75 điểm)

a) Diện tích phần còn lại của khu vườn là

$$S = 30 \cdot 20 - y \cdot (15 + x) - x \cdot (20 - y) = 600 - 20x - 15y \quad (m^2).$$

b) Với $x=2.4m$ và $y=1.8m$ thì diện tích phần còn lại của khu vườn là

$$S = 600 - 20 \cdot 2,4 - 15 \cdot 1,8 = 525 \quad (m^2).$$

Bài 4:

Giá tiền mà anh Tâm phải trả nếu dùng gói cước linh hoạt là $T_1 = 189000 + 374 \cdot 400 = 338600$ đồng. Vậy anh Tâm nên thuê phin theo hình thức gói linh hoạt thì sẽ tiết kiệm hơn và sẽ tiết kiệm được $350000 - 338600 = 11400$ đồng.

Bài 5:

a) Gọi R là bán kính mô hình trái đất mà anh Huy thiết kế. Khi đó, ta có

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} \approx \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 4 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 14}} \approx 1 (dm).$$

b) Nếu anh Huy làm hộp có dạng hình lập phương thì độ dài của cạnh hộp chính là $2R$. Do đó, diện tích toàn phần của hình hộp này là

$$S_1 = 6(2R)^2 = 24R^2 \approx 24 (dm^2).$$

Nếu anh Huy làm hộp có dạng hình trụ thì hình trụ này có bán kính đáy là R và chiều cao là $h = 2R$. Khi đó, diện tích toàn phần của hình trụ này là

$$S_2 = 2\pi \cdot h \cdot (2R) + 2\pi R^2 = 2\pi \cdot R \cdot (2R) + 2\pi R^2 = 6\pi R^2 \approx 6\pi (dm^2).$$

Vì $6\pi < 24$ nên anh Huy nên chọn phương án làm hộp hình trụ.

Bài 6:

a) Tại thời điểm 7g 15 phút, xe máy cách thành phố Hồ Chí Minh $40 \cdot \frac{1}{4} = 10(km)$.

Tại thời điểm 7g 30 phút, xe máy cách thành phố Hồ Chí Minh là $40 \cdot \frac{1}{2} = 20(km)$

Theo đề bài ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} b = 10, \\ \frac{1}{4}a + b = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 40, \\ b = 10. \end{cases}$$

Tại thời điểm 7g 15p xe ô tô cách thành phố Hồ Chí Minh 40(km). Tại thời điểm 7g 30 phút, xe ô tô cách thành phố Hồ Chí Minh $40 - 60 \cdot \frac{1}{4} = 25(km)$. Theo đề

bài ta có

$$\begin{cases} d = 40 \\ \frac{1}{4}c + d = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -60 \\ d = 40. \end{cases}$$

b) Giả sử hai xe gặp nhau sau t giờ tính từ lúc 7g 15p. Khi đó, ta có

$$f(t) = g(t) \Leftrightarrow 40t + 10 = -60t + 40 \Leftrightarrow 100t = 30 \Leftrightarrow t = \frac{3}{10}(h) = 18(phut).$$

Tức là hai xe gặp nhau lúc 7g 33 phút và lúc này hai xe cách thành phố Hồ Chí Minh 22(km).

Bài 7:

Gọi $v_1, v_2 (m)$ lần lượt là lượng nước chảy ra mỗi phút của ở thùng thứ nhất và thùng thứ hai. Tại thời điểm 8g 8 phút, vì thùng hai đã hết nước nên lượng nước trong thùng hai là $5v_2$. Cũng tại thời điểm này thùng một còn 0.4m nước nên lượng nước trong thùng 1 là $8v_1 + 0.4$. Vì tại thời điểm ban đầu mực nước của thùng thứ nhất hơn thùng thứ hai 0.2m nên ta có

$$8v_1 + 0.4 - 0.2 = 5v_2 \Leftrightarrow 8v_1 - 5v_2 = -0.2$$

Tại thời điểm 8g 4 phút vì mực nước hai thùng bằng nhau nên ta có

$$8v_1 + 0.4 - 4v_1 = 4v_1 + 0.4 = 5v_2 - v_2 = 4v_2 \Leftrightarrow 4v_1 - 4v_2 = -0.4 \Leftrightarrow v_1 - v_2 = -0.1.$$

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 8v_1 - 5v_2 = -0.2 \\ v_1 - v_2 = -0.1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = \frac{1}{10} \\ v_2 = \frac{1}{5} \end{cases}.$$

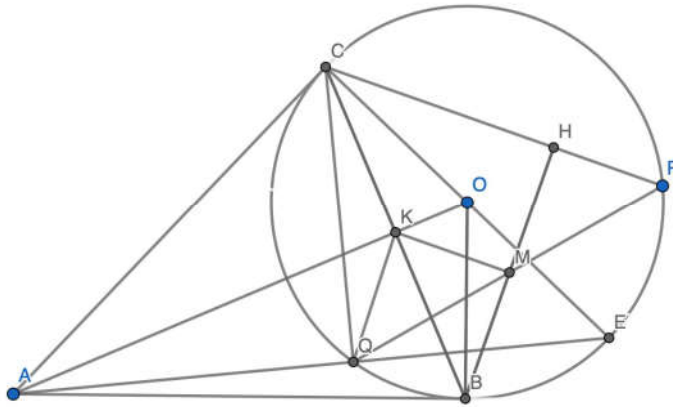
Vậy chiều cao mực nước thùng thứ nhất là 1.2m và chiều cao mực nước của thùng thứ hai là 1m.

Bài 8:

a) Xét tứ giác ABOC, ta có B và C cùng nhìn AO dưới một góc vuông nên tứ giác ABOC nội tiếp trong đường tròn đường kính AO.

Vì tam giác ABO = tam giác ACO nên $AB = AC$ và góc BAO bằng góc CAO. và do đó tam giác ABC là tam giác cân tại A và AO là phân giác góc BAC. Tức là AO là trung trực của BC.

- b) Xét tam giác BHC có $KB=KC$ và $MH=MB$ nên MK song song PC . Nên góc $QMK =$ góc QPC mà góc $QCA =$ góc QPC nên góc $QMK = QCA$.
- c) Trong đường tròn tâm O ta có góc $QBC =$ góc QPC . Mà góc $QPC =$ góc QMK nên góc $QBC =$ góc QMK nên tứ giác $BMKQ$ nội tiếp. Điều này dẫn tới góc $BMQ =$ góc BKQ . Mà góc $QMK +$ góc $BMQ = 90$ và góc $BKQ +$ góc $QKA = 90$ nên góc QKA bằng góc QMK mà góc QMK bằng góc QCA (câu n) nên góc QKA bằng góc QCA . Dẫn tới tứ giác $QKCA$ nội tiếp. Tức là góc $AQC =$ góc $AKC = 90$.
- Gọi E là giao điểm của AQ và đường tròn (O). Suy ra góc $CQE = 180 -$ góc $AQC = 90$. Do đó CE là đường kính của đường tròn (O) nên C, O, E thẳng hàng. Ta có tam giác ACE vuông. Nên
- $$AC = CE \cdot \tan ACE = 2R \tan APQ.$$



Trần Văn Đông (THPT Vĩnh Viễn)