**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**
**HÀ NỘI**
**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**
**Năm học: 2019 - 2020**
Môn thi**: TOÁN**
Ngày thi: 02 tháng 6 năm 2019
*Thời gian làm bài: 120 phút*

**Bài I** *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $A = \frac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x}$ *và* $B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5}\right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ *với* $x \geq 0, x \neq 25$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 9
2) Rút gọn biểu thức B
3) Tìm tất cả giá trị nguyên của x để biểu thức P = A.B đạt giá trị nguyên lớn nhất

**Bài II** *(2,5 điểm)*

1. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Hai đội công nhân cùng làm một công việt thì sau 15 ngày làm xong. Nếu đội thứ nhất làm riêng trong 3 ngày rồi dừng lại và đội thứ hai làm tiếp công việc đó trong 5 ngày thì cả hai đội hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu mỗi đội làm riêng thì trong bao nhiêu ngày mới xong công việc trên?

2. Một bồn nước inõ có dạng một hình trụ có chiều cao 1,75m và diện tích đáy là $0{,}32\text{m}^2$. Hỏi bồn nước này dựng đầy được bao nhiêu mét khối nước? (Bỏ qua bề dày của bồn nước)

**Bài III** *(2,0 điểm)*

1) Giải phương trình $x^4 - 7x^3 - 18 = 0$
2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = 2mx - m^2 + 1$ và parabol $(P): y = x^2$.

   a) Chứng minh *(d)* luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

   b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1 x_2} + 1$.

**Bài IV** *(3,0 điểm)*

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn (AB < AC) nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H.

1) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc đường tròn.

2) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF.

3) Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đường thẳng AO cắt đường thẳng BC tại điểm I, đường thẳng EF cắt đường thẳng AH tại điểm P. Chứng minh tam giác APE đồng dạng với tam giác AIB và đường cao KH song song với đường thẳng IP.

**Bài V** *(0,5 điểm)*

Cho biểu thức P = $a^4 + b^4 - ab$, với a,b là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 + ab = 3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P

----------------HẾT---------------

## BÀI GIẢI

**Bài I: (2,0 điểm)**

1) $x=9 \Rightarrow A=\dfrac{4(3+1)}{25-9}=1$

2) $B=\dfrac{15-\sqrt{x}+2\sqrt{x}-10}{x-25}.\dfrac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{5+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+5).(\sqrt{x}+1)}=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x\geq 0, x\neq 25$

3) $P=A.B=\dfrac{4}{25-x}$ . Do đó x nguyên để P là số nguyên lớn nhất là x = 24, khi đó P = 4.

**Bài II: (2,5 điểm)**

1. Gọi x, y lần lượt là số ngày mà đội thứ nhất và đội thứ hai làm xong công việc.
Theo giả thuyết ta có

$$\begin{cases} 15\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)=1 \\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{5}{y}=\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{15} \\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{5}{y}=\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{24} \\ \dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{40} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=24 \\ y=40 \end{cases}$$

Vậy đội thứ nhất cần 24 ngày và đội thứ hai cần 40 ngày.

2. Thể tích của hình trụ là

$V=S\cdot h=1,75\cdot 0,32=0.56$

Vậy thể tích hình trụ là $0.56\,m^3$

**Bài III: (2,0 điểm)**

1) Ta có

$x^4-7x^2-18=0 \Leftrightarrow \left(x^2+2\right)\left(x^2-9\right)=0 \Leftrightarrow x^2-9=0 \Leftrightarrow x=\pm 3.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{\pm 3\}$.`

2)

a. Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $(d)$ và parabol $(P)$ là

$$2mx-m^2+1=x^2 \Leftrightarrow (x-m-1)(x-m+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m+1 \\ x=m-1 \end{array}\right..$$

Vì $m+1\neq m-1$ với mọi $m$ nên phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $(d)$ và parabol $(P)$ luôn có hai nghiệm phân biệt hay đường thẳng $(d)$ luôn cắt parabol $(P)$ tại hai điểm phân biệt.

b. Theo câu a ta có

$$\frac{1}{m+1}+\frac{1}{m-1}=-\frac{2}{(m+1)(m-1)}+1.$$

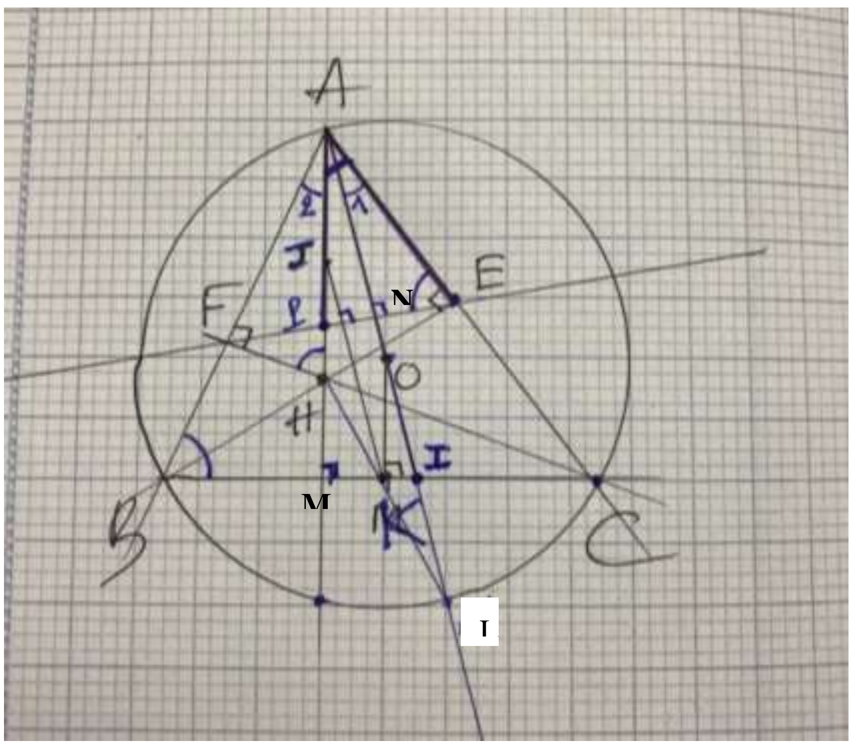
Điều kiện là $m \neq \pm 1$. Ta có

$$\frac{1}{m+1}+\frac{1}{m-1}=-\frac{2}{(m+1)(m-1)}+1 \Leftrightarrow \frac{m-1+m+1}{(m+1)(m-1)}=\frac{-2+(m+1)(m-1)}{(m+1)(m-1)}$$

hay

$$2m=-2+m^2-1 \Leftrightarrow m^2-2m-3=0 \Leftrightarrow m=-1 \, hay \, m=3.$$

**Bài IV: (2 điểm)**




1) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc đường tròn.

Ta có góc BFC = góc BEC = $90^0$

Vậy tứ giác BECF nội tiếp hay bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn

2) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF.

Kẻ tiếp tuyến Ax tại A của (O).

$CAx = ABC$ mà $ABC = AEF$ (góc trong bằng góc ngoài đối diện của tứ giác nội tiếp)

=> EF song song Ax

Mặt khác: Ax vuông góc với OA => EF vuông góc với OA (ĐPCM)

3) Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đường thẳng AO cắt đường thẳng BC tại điểm I, đường thẳng EF cắt đường thẳng AH tại điểm P. Chứng minh tam giác APE động dạng với tam giác AIB và đường cao KH song song với đường thẳng IP.

Gọi N = EF giao AI

Xét tam giác APE và tam giác AIB

Ta có: góc AEF = góc ABI (góc trong bằng góc ngoài đối diện của tứ giác nội tiếp)

Và góc APN = góc AIB (do tứ giác PNIM nội tiếp với M là giao điểm của AH với BC)

$\Rightarrow$ tam giác APE đồng dạng tam giác AIB

Ta có 2 tam giác AFP đồng dạng với tam giác AIC (do hai góc bằng nhau) $\Rightarrow$ $\frac{AP}{AI} = \frac{AF}{AC}$ (1)

Tam giác AFH đồng dạng với tam giác ACL $\Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{AH}{AL}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $\frac{AP}{AI} = \frac{AH}{AL} \Rightarrow \frac{AP}{AH} = \frac{AI}{AL} \Rightarrow PI // HL$ (Talet đảo)

$\Rightarrow HK // IP$

**Bài V: (0,5 điểm)**

Đặt $T = ab$. Từ giả thiết ta có

$3 = a^2 + b^2 + ab \geq 3ab = 3T \Rightarrow T \leq 1.$

Hơn nữa, ta có

$3 = a^2 + b^2 + ab \Leftrightarrow 3 = (a+b)^2 - ab \Leftrightarrow ab = (a+b)^2 - 3 \geq -3.$

Vậy ta có $-3 \leq T \leq 1$.

Mặt khác, ta có

$$P = a^4 + b^4 - ab = (a^2+b^2)^2 - 2a^2b^2 - ab = (3-T)^2 - 2T^2 - T = \frac{85}{4} - \left(T + \frac{7}{2}\right)^2$$

Vậy $\max P = 21$ đạt được khi $T = -3$ (khi $a = \sqrt{3}, b = -\sqrt{3}$ hay $a = -\sqrt{3}, b = \sqrt{3}$).

$\min P = 1$ đạt được khi $T = 1$(khi $a = b = 1$ hay $a = b = -1$).

Lê Minh Trí, Lê Trần Ngọc Trân

(THPT Vĩnh Viễn- TPHCM)